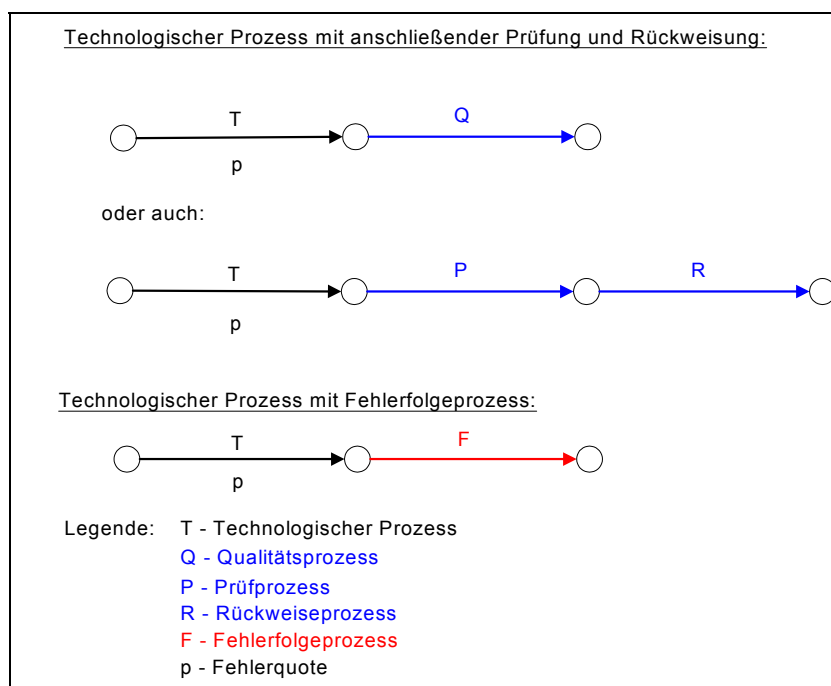


# 1 Qualitätskostenmodelle und SPC

In der Elektronikfertigung sind bestimmte technologische Prozesse miteinander gekoppelt, um Flachbaugruppen zu bestücken und ihre Funktionsfähigkeit nachzuweisen. Dabei wirken sehr viele Parameter und Störgrößen auf die technologischen und Prüfprozesse ein, so dass eine reine Prozessüberwachung zur Erreichung der Endqualität der Produkte meist nicht ausreicht. Das gilt besonders bei so genannter „High Mix / Low Volume“-Fertigung. Dementsprechend werden in den technologischen Ablauf Prüfprozesse mit meist direkt angeschlossenen Reparaturplätzen eingefügt, um die Fehlerquote zu senken. Die Frage, die sich daraus stellt, ist die Frage, wann ein Prüfprozess kostenmäßig sinnvoll ist und wann nicht. Dabei sind die Kosten (als Währung) unsere Mess- und Vergleichsgröße zum Vergleich von Prozessen, die nicht über physikalische Größen miteinander vergleichbar sind. Der Vergleich von Prozessen nur über die Fehlerquote genügt nicht, da das Vorhandensein eines Fehlers nicht den Aufwand widerspiegelt, der nötig ist, den Fehler zu beseitigen. Es ist denkbar die Kosten ohne Einheit (Währung) zu berechnen und darzustellen. Jedoch macht die Darstellung der Qualitätskosten in Währungseinheiten die Bedeutung eines Fehlers und den Aufwand für seine Beseitigung besser klar und steigert damit die Transparenz der Prozesse. Ein zusätzlicher Effekt ist die Sensibilisierung der Mitarbeiter in den Prozessen für die Komplexität ihres Prozesses und ihrer Arbeit.

## 1.1 Das Grundmodell der Qualitätskostenoptimierung

Das Modell geht von folgender Annahme aus: Es existiert ein technologischer Prozess  $T$  mit einer Fehlerquote  $p$ . Um diese Fehlerquote  $p$  festzustellen, kann direkt nach dem technologischen Prozess  $T$  ein Prüfprozess  $P$  mit angeschlossenem Rückweiseprozess  $R$  (oder auch allgemein ein Qualitätsprozess  $Q$ ) eingefügt werden - oder es wird keine Prüfung vorgenommen, und der Fehler wird an einer späteren technologischen Stelle festgestellt und beseitigt (Bild 1).



**Bild 1:** Darstellung der Technologievarianten mit und ohne Prüfung

Im Falle der Prüfung  $P$  nach der Technologie  $T$  entstehen die Kosten  $k_P$  (Prüfkosten) und in Abhängigkeit von der Fehlerquote  $p$  die Rückweisekosten  $k_R$  (z. B. Reparaturkosten oder Aussonderungskosten). Im Falle keiner Prüfung nach  $T$  entstehen Fehlerfolgekosten  $k_F$  dadurch, dass die Fehler durch weitere technologische Schritte „veredelt“ werden und erst an späterer Stelle im technologischen Fluss gefunden und beseitigt werden. Ziel des Modells ist es, eine Aussage drüber zu liefern, ab welcher Fehlerquote  $p$  die Einführung eines Prüfprozesses  $P$  kostengünstiger ist, als den Fehlerfolgeprozess in Kauf zu nehmen. Um eine Vergleichbarkeit der Kosten herzustellen, sind diese als Angaben pro Stück zu verstehen.

Die Kostenfunktionen lassen sich wie folgt beschreiben:

Kosten ohne Prüfung:

$$k_0 = k_T + p \cdot k_F \quad (1)$$

Kosten mit Prüfung:

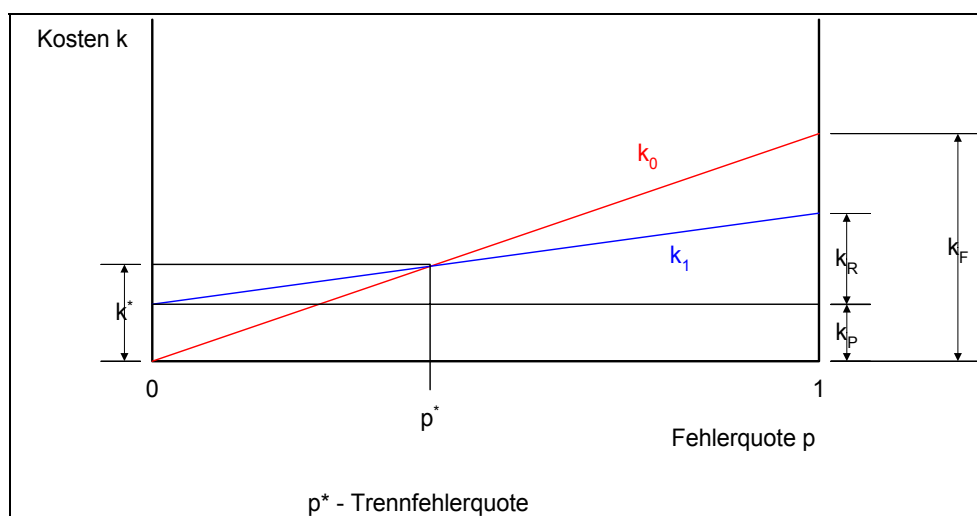
$$k_1 = k_T + k_P + p \cdot k_R \quad (2)$$

mit

$k_T$	-	Kosten des technologischen Prozesses pro Stück
$k_F$	-	Fehlerfolgekosten pro Stück
$k_P$	-	Prüfkosten pro Stück
$k_R$	-	Rückweisekosten pro Stück.

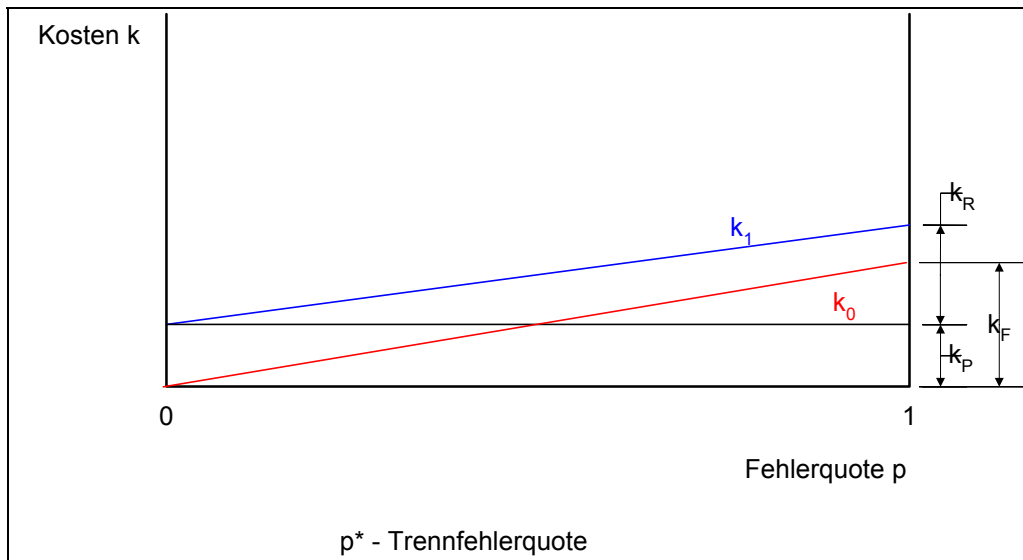
Es wird angenommen, dass die technologischen Kosten  $k_T$  im Falle der Prüfung oder der Nichtprüfung gleich sind und somit als Konstante aus den nachfolgenden Betrachtungen herausfallen. Für den Fall, dass die Fehlerfolgekosten größer sind als die Summe der Prüf- und Rückweisekosten, existiert ein Schnittpunkt der beiden Geradengleichungen (siehe Bild 2), der sich durch eine Fehlerquote, die Trennf Fehlerquote  $p^*$ , und durch einen Kostenwert  $k^*$  beschreiben lässt. Die Gleichung der Trennf Fehlerquote  $p^*$  lautet:

$$p^* = \frac{k_P}{k_F - k_R} \quad \text{für} \quad k_0 = k_1 = k^* \quad \text{wenn} \quad k_F > k_P + k_R \quad (3).$$



**Bild 2:** Kostenverläufe mit und ohne Prüfung

Linksseitig der Trennfehlerquote  $p^*$  ist eine Prüfung immer teurer, als rechtsseitig. Mit diesem einfachen Modell ist es also möglich, mit der Kenntnis der entsprechenden Kosten, auf der Basis der Fehlerquote eine Aussage über die kostenmäßige Notwendigkeit eines Prüfprozesses zu treffen. Im Falle, dass die Fehlerfolgekosten  $k_F$  kleiner sind, als die Summe aus Prüfkosten  $k_P$  und Rückweisekosten  $k_R$ , ist das Nichtprüfen immer billiger, als das Prüfen (Bild 3).

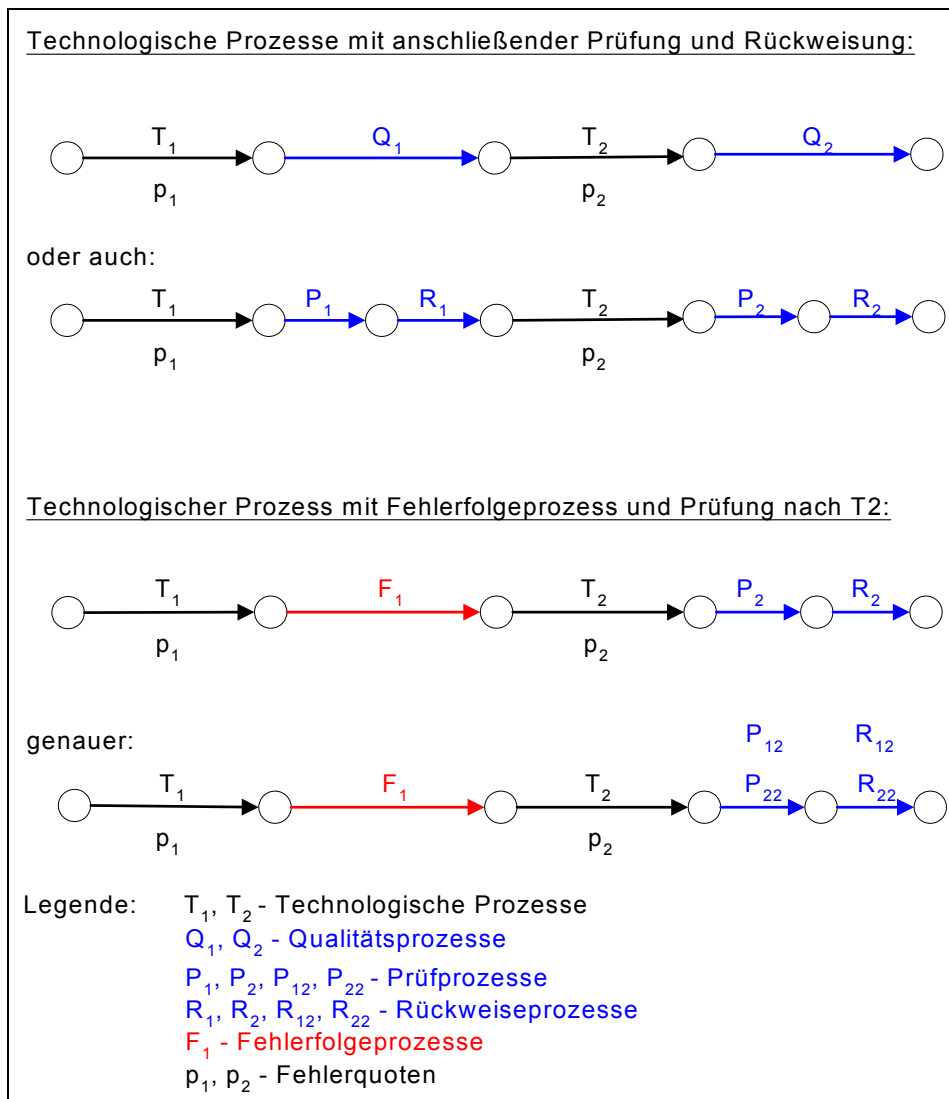


**Bild 3:** Kostenverlauf für  $k_F < k_P + k_R$

Gleichwohl gilt, dass nicht allein die Kostenbetrachtung das Vorhandensein eines Prüfprozesses motiviert, sondern auch solche Faktoren, wie Kundenforderung, Nachweispflicht und Prozesskontrolle.

## 1.2 Erweitertes Grundmodell für zwei Prozesse

Folgen zwei technologische Schritte aufeinander, so gibt es die Möglichkeit nach jeder Technologie zu prüfen oder nach der zweiten Technologie einen Prüfschritt vorzusehen, der für die Prüfung der in beiden Technologien entstandenen Fehler qualifiziert ist. Dementsprechend ist das Grundmodell anzupassen (Bild 4).



**Bild 4:** Erweitertes Grundmodell mit zwei Technologien

Die Eigenschaft eines Prüf- und Rückweiseprozesses für eine vorhergehende Technologie qualifiziert zu sein, d. h. Fehler, die in dieser Technologie entstanden sind, zu finden, wird durch entsprechende Indizes angezeigt (z. B.  $P_{12}$  ist der Prüfprozess, der die Fehler der Technologie  $T_1$  nach der Technologie  $T_2$  erkennt). Auch bei diesem Modell wird der Kostenverlauf, bezogen auf Technologie  $T_1$ , durch zwei Gradengleichungen beschrieben:

Kosten ohne Prüfung nach  $T_1$ :

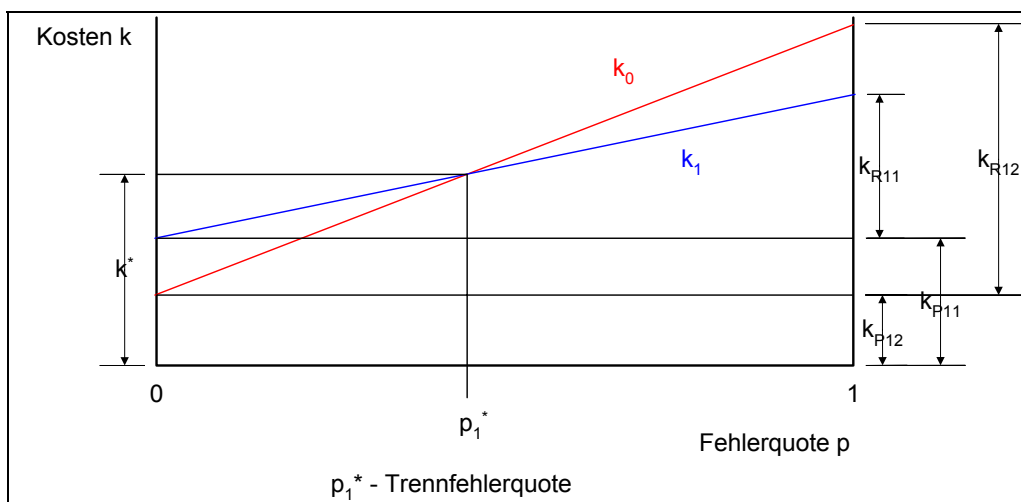
$$k_0 = k_{T1} + k_{T2} + k_{P12} + k_{P22} + p_1 \cdot k_{R12} + p_2 \cdot k_{R22} \quad (4)$$

Kosten mit Prüfung nach  $T_1$ :

$$k_1 = k_{T1} + k_{P11} + p_1 \cdot k_{R11} + k_{T2} + k_{P22} + p_2 \cdot k_{R22} \quad (5)$$

mit  $k_{T1}, k_{T2}$  -Kosten der technologischen Prozesse pro Stück  
 $k_{P11}, k_{P22}, k_{P12}$  -Prüfkosten pro Stück  
 $k_{R11}, k_{R22}, k_{R12}$  -Rückweisekosten pro Stück.

Auch bei diesem Modell gilt, dass die technologischen Kosten  $k_{T1}$  und  $k_{T2}$  als für beide Fälle konstant angenommen werden und damit aus den folgenden Betrachtungen herausfallen. Für den Fall, dass die Summe aus den Rückweise- und Prüfkosten der Technologie  $T_1$  mit Prüfung erst nach  $T_2$  größer ist als die Summe aus den Rückweise- und Prüfkosten mit Prüfung direkt nach  $T_1$ , existiert ein Schnittpunkt der beiden Geraden, der durch die Trennfehlerquote  $p_1^*$  und den Kostenwert  $k^*$  beschrieben wird (Bild 5).



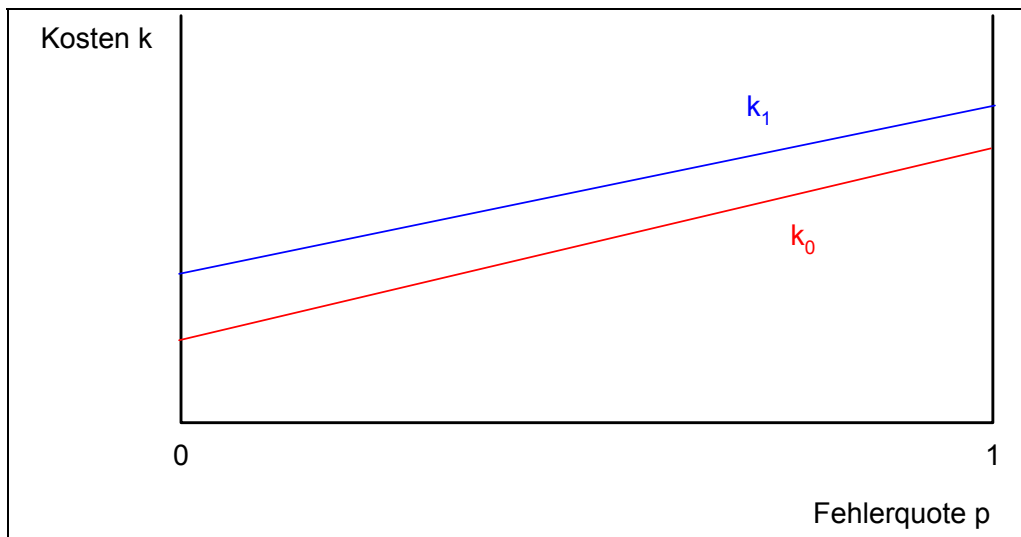
**Bild 5:** Kostenverläufe für zwei Technologien

In Bild 5 wird sichtbar, dass auch wenn nach  $T_1$  nicht geprüft und rückgewiesen wird, ein Prüfkostenanteil  $k_{P12}$  entsteht, der dadurch begründet wird, dass der Prüfprozess nach  $T_2$  auch für die Prüfung der in Technologie  $T_1$  entstandenen Fehler qualifiziert sein muss. Diese Kosten können z. B. Ausrüstungskosten durch Anpassung der Prüftechnik sein oder Zeitkosten durch Erhöhung der notwendigen Prüfzeit.

Die Trennfehlerquote  $p_1^*$  ergibt sich aus den oben gezeigten Gradengleichungen wie folgt:

$$p_1^* = \frac{k_{P11} - k_{P12}}{k_{R12} - k_{R11}} \quad \text{für} \quad \begin{matrix} k_0 = k_1 = k^* \\ p_1 = p^* \end{matrix} \quad \text{wenn} \quad k_{R12} + k_{P12} > k_{R11} + k_{P11} \quad (6).$$

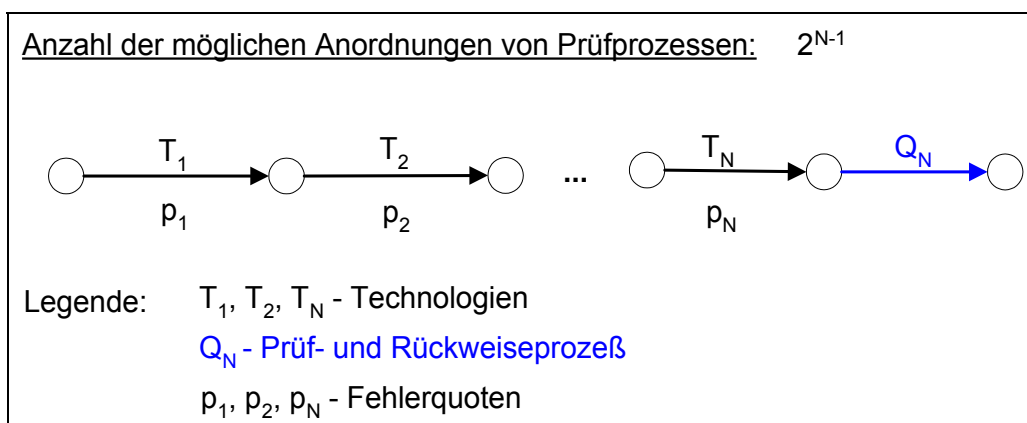
Auch bei diesem Modell ist der Fall denkbar und in der Realität nachweisbar, dass Nichtprüfen nach Technologie  $T_1$  immer billiger ist, als die Einführung eines Prüf- und Rückweisprozesses (Bild 6).



**Bild 6:** Kostenverläufe für  $k_{R12} + k_{P12} < k_{R11} + k_{P11}$

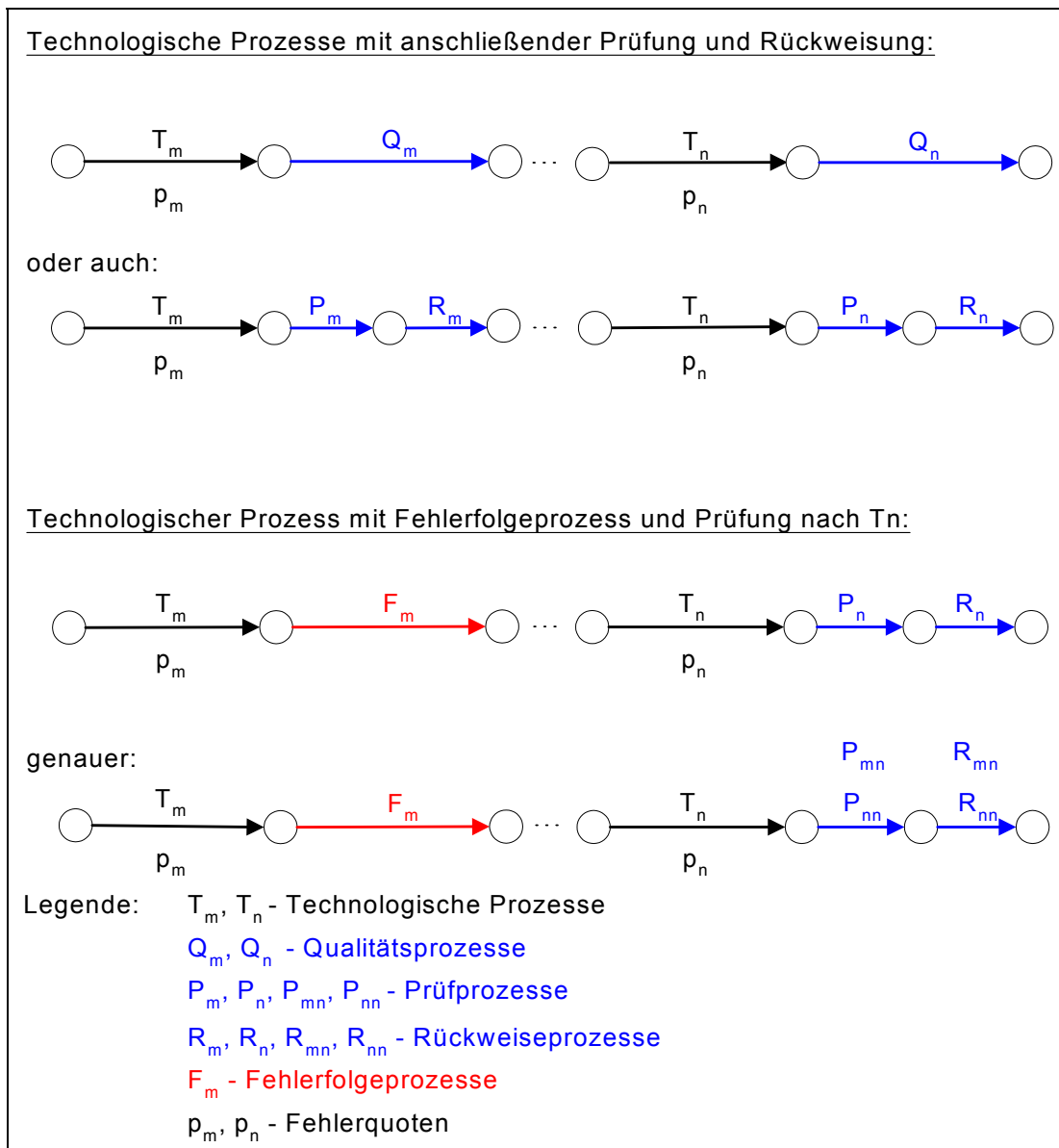
### 1.3 Verallgemeinerung des erweiterten Grundmodells

Bei der Produktion elektronischer Baugruppen folgen eine Reihe technologischer Prozesse aufeinander. Diesen können wiederum Prüf- und Rückweiseprozesse zugeordnet werden. Dabei ergeben sich für eine Anzahl von Technologien  $T_1 \dots T_N$   $2^N$  Möglichkeiten. Unter der Annahme, dass am Ende des technologischen Durchlaufs immer ein Prüf- und Rückweiseprozess angeordnet ist, reduzieren sich die noch verbleibenden Möglichkeiten auf  $2^{N-1}$  Anordnungen (Bild 7).



**Bild 7:** Zahl der Möglichkeiten der Anordnung von Prüfprozessen

Wiederum wird davon ausgegangen, dass es die Möglichkeit gibt, direkt nach einem technologischen Prozess zu Prüfen, oder den Prüf- und Rückweiseprozess nach einem späteren technologischen Prozess anzuordnen. Die Darstellung erfolgt verallgemeinert mit Indizes (siehe Bild 8).



**Bild 8:** Verallgemeinertes Grundmodell

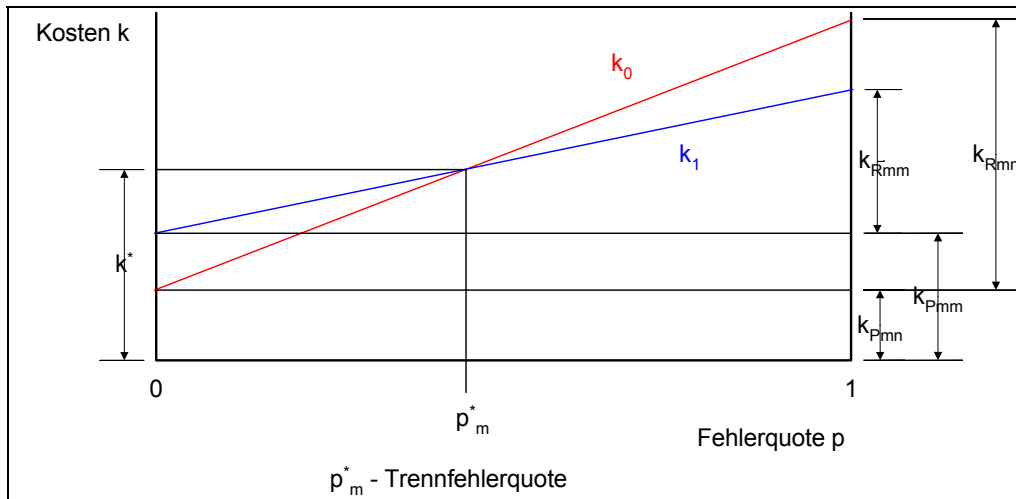
Die Berechnung der Kosten erfolgt analog denen im erweiterten Grundmodell. Die Gradengleichungen lauten wie folgt:

$$\text{Kosten ohne Prüfung nach } T_m: k_0 = k_{Tm} + k_{Tn} + k_{Pmn} + k_{Pnn} + p_m \cdot k_{Rmn} + p_n \cdot k_{Rnn} \quad (7)$$

$$\text{Kosten mit Prüfung nach } T_m: k_1 = k_{Tm} + k_{Pmn} + p_m \cdot k_{Rmn} + k_{Tn} + k_{Pnn} + p_n \cdot k_{Rnn} \quad (8)$$

mit  $k_{Tm}, k_{Tn}$  - Kosten der technologischen Prozesse pro Stück  
 $k_{Pmn}, k_{Pnn}, k_{Pmn}$  - Prüfkosten pro Stück  
 $k_{Rmn}, k_{Rnn}, k_{Rmn}$  - Rückweisekosten pro Stück.

Da die technologischen Kosten  $k_{Tm}$  und  $k_{Tn}$  als konstant angenommen werden, fallen sie aus den weiteren Betrachtungen heraus. Wiederum soll der Fall betrachtet werden, dass ein Schnittpunkt zwischen beiden Geraden existiert, der durch die Trennfehlerquote  $p_m^*$  und  $k^*$  beschrieben wird (Bild 9).



**Bild 9:** Verallgemeinerte Darstellung des Kostenverlaufs

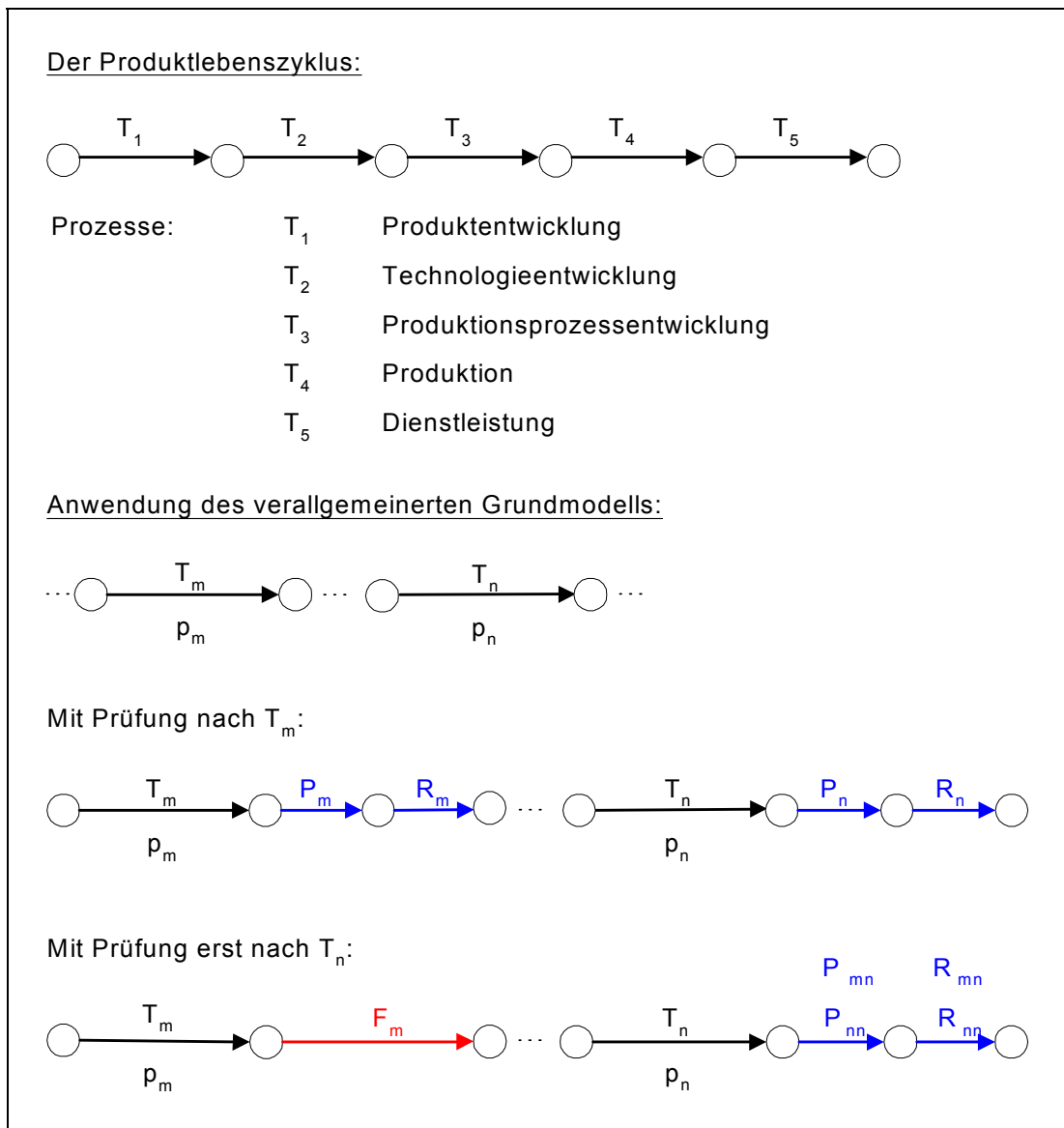
Die Trennfehlerquote  $p_m^*$  für das verallgemeinerte Modell berechnet sich wie folgt:

$$p_m^* = \frac{k_{Pmn} - k_{Pmn}}{k_{Rmn} - k_{Rmn}} \quad \text{für} \quad k_0 = k_1 = k^* \quad \text{wenn} \quad k_{Rmn} + k_{Pmn} > k_{Rmn} + k_{Pmn} \quad (9).$$

Natürlich muss auch bei diesem Modell der Fall beachtet werden, dass die Nichtprüfung immer kostengünstiger als die Prüfung und Rückweisung direkt nach der Technologie  $T_m$  ist (die Geraden schneiden sich nicht).

Die Anwendbarkeit des verallgemeinerten Grundmodells beschränkt sich nicht nur auf die technologischen Prozesse der Baugruppenbestückung. Das Modell kann global zur Betrachtung des gesamten Produktlebenszyklus verwendet werden (Bild 10). Problematisch erscheint bei dieser Betrachtung aber die Gewinnung der notwendigen Daten aus der Realität.





**Bild 10:** Modelldarstellung für den Produktlebenszyklus

## 1.4 Der Prüfprozess und die Qualitätskosten

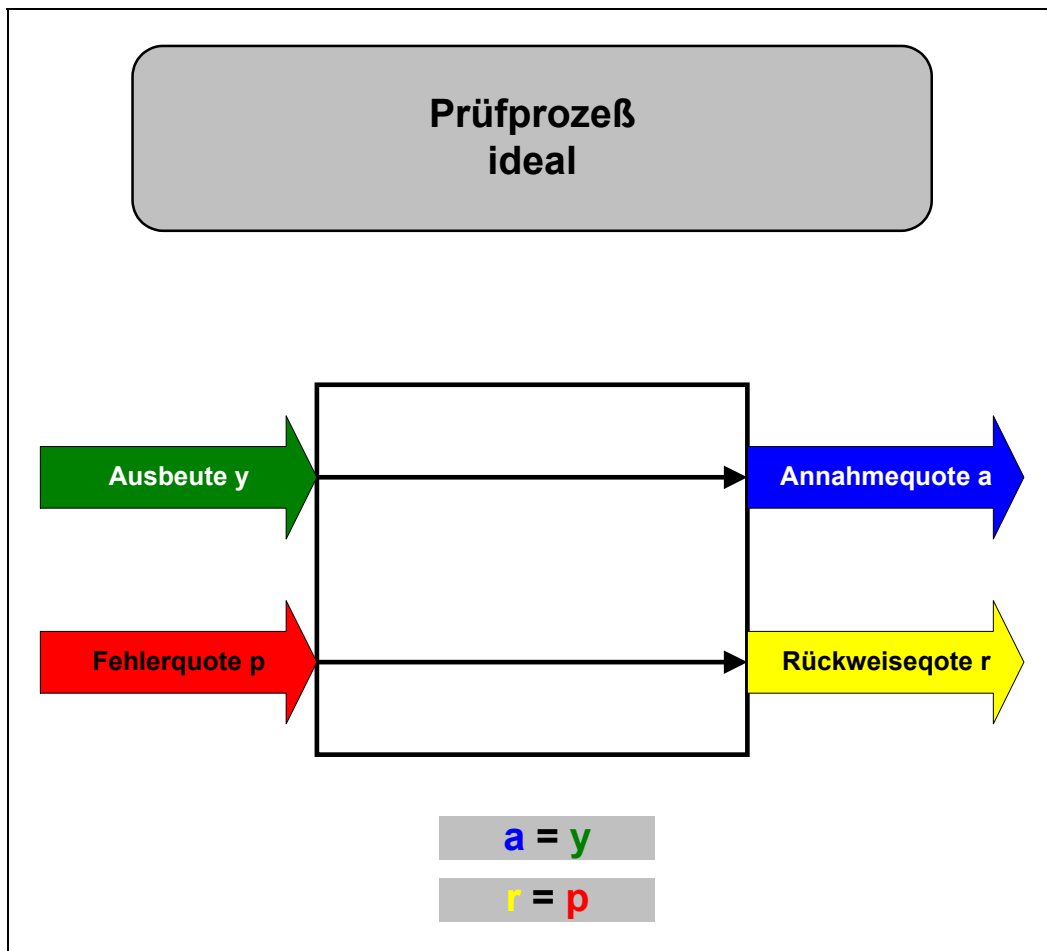
In den bisherigen Betrachtungen spielten die technologischen Prozesse als Verursacher der Fehlerquote  $p$  die Hauptrolle. Die Prüfprozesse selbst erscheinen als „black box“, in denen lediglich die Ausbeute  $y$  von den fehlerhaften Baugruppen  $p$  getrennt werden, wobei gilt:

$$y = 1 - p \quad (10)$$

$y$  - Ausbeute

$p$  - Fehlerquote.

Dies ist die Idealvorstellung eines Prüfprozesses (Bild 11).

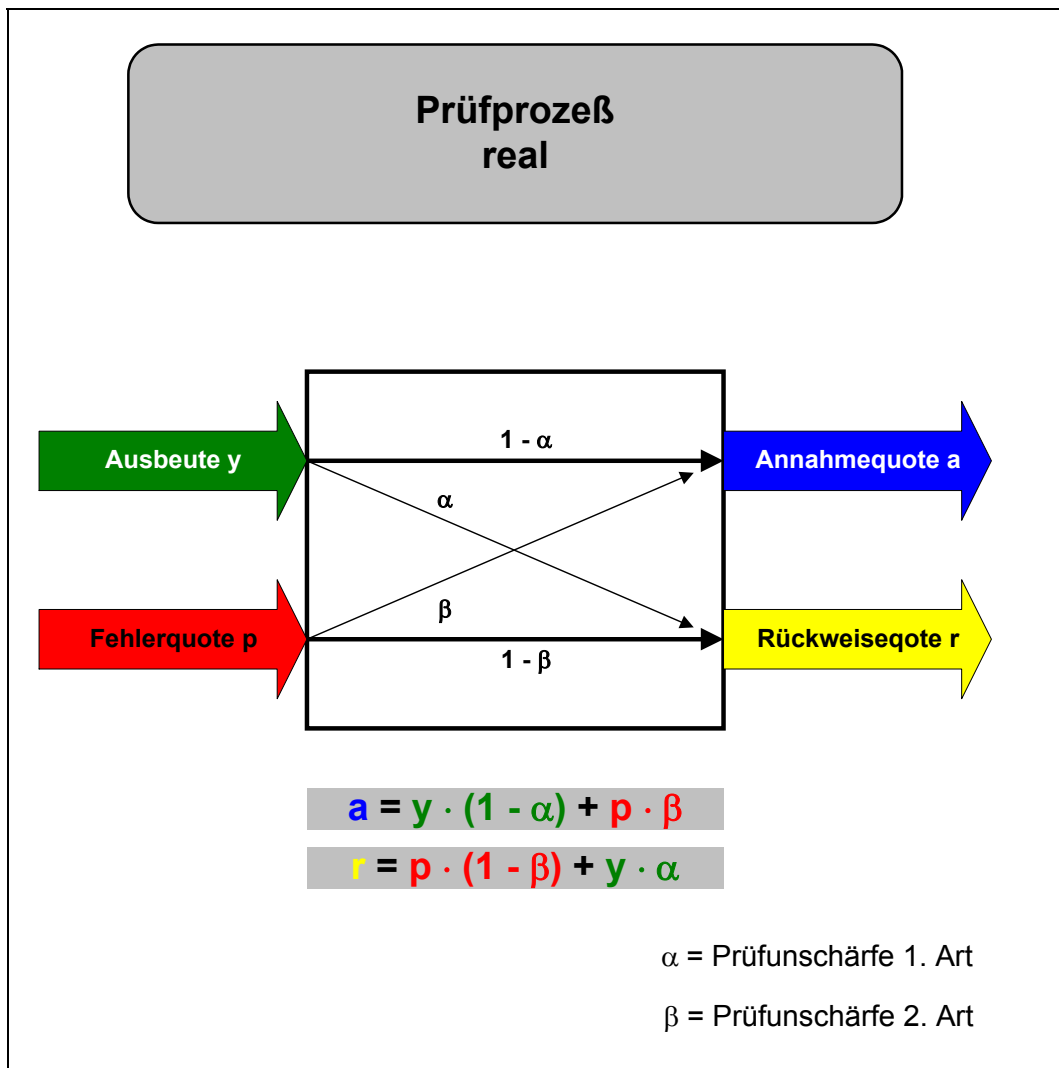


**Bild 11:** Idealer Prüfprozess

Die Realität zeigt sich aber anders. Genau wie technologische Prozesse machen auch Prüfprozesse Fehler. Durch die Zweigleisigkeit der Eingangsgrößen (fehlerhafte und fehlerfreie Baugruppen) können im Prüfprozess auch zweierlei Fehlerarten entstehen:

- der Pseudofehler: wirklich der Spezifikation entsprechende Baugruppen werden durch den Prüfprozess als fehlerhaft deklariert und dem Rückweiseprozess zugeführt  
 ⇒ **Fehler 1. Art  $\alpha$**
- der Fehlerschlupf: tatsächlich fehlerhafte Baugruppen werden durch den Prüfprozess als fehlerfrei deklariert und an den nächsten technologischen Schritt übergeben  
 ⇒ **Fehler 2. Art  $\beta$**

Dieser Mechanismus führt zu einer Veränderung der Werte für die Ausbeute  $y$  bzw. die Fehlerquote  $p$  durch den durchlaufenen Prüfprozess (Bild 12).



**Bild 12:** Realer Prüfprozess

Bei Einbeziehung dieser Mechanismen in die Kostenbetrachtungen mit und ohne Prüfung nach einem bestimmten technologischen Prozess ergeben sich folgende Gleichungen bei Anwendung des Grundmodells:

Kosten ohne Prüfung nach  $T$ :  $k_0 = k_T + p \cdot k_F$  (11)

Kosten mit Prüfung nach  $T$ :  $k_1 = k_T + k_p + p \cdot (1 - \beta) \cdot k_R + (1 - p) \cdot \alpha \cdot k_R + p \cdot \beta \cdot k_F$  (12)

mit	$k_T$	-	Kosten des technologischen Prozesses pro Stück
	$k_F$	-	Fehlerfolgekosten pro Stück
	$k_P$	-	Prüfkosten pro Stück
	$k_R$	-	Rückweisekosten pro Stück
	$\alpha$	-	Prüfschärfe 1. Art (Pseudofehler)
	$\beta$	-	Prüfschärfe 2. Art (Fehlerschlupf).

Die technologischen Kosten  $k_T$  werden wiederum für beide Fälle der Prüfprozessgestaltung als konstant angenommen und fallen damit aus den weiteren Betrachtungen heraus. Wie bei den anderen Modellen wird angenommen, dass sich die Kosten so entwickeln, dass es einen Schnittpunkt der beiden Geraden gibt. Es soll dabei auch das Verhältnis der Kosten von idealem Prüfprozess zu realem Prüfprozess betrachtet werden (siehe Bild 13).



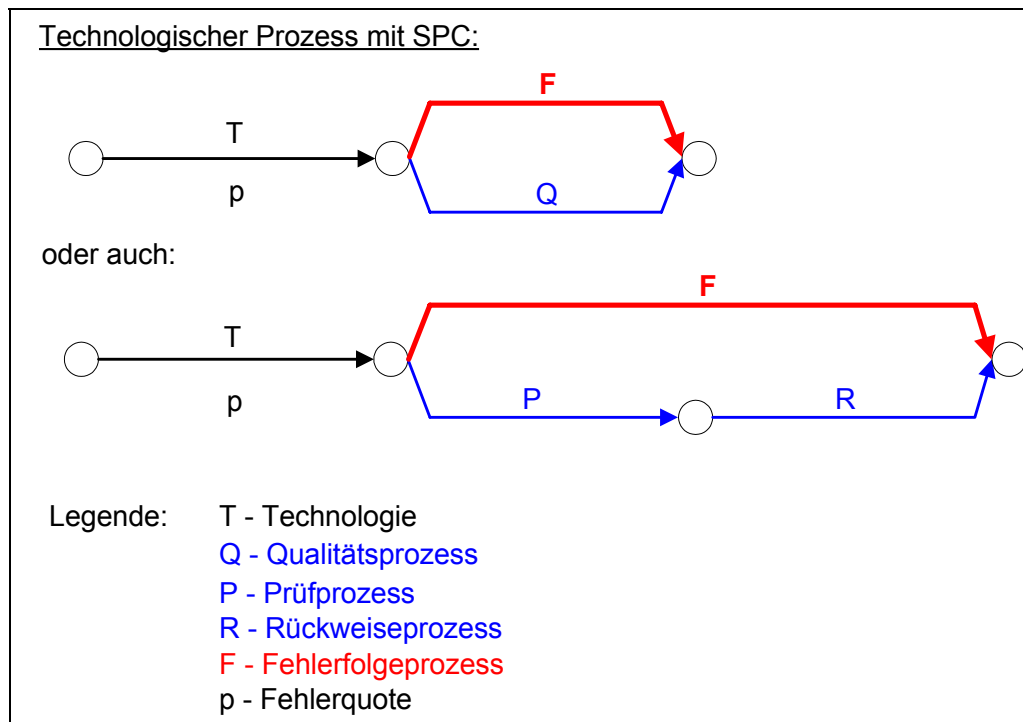
Aus diesen Gradengleichungen ergibt sich die folgende Gleichung zur Berechnung der Trennfehlerquote  $p_m^*$  bezogen auf die Prüfung zum technologischen Prozess  $T_m$  unter Einbeziehung der Prüfschärfen 1. und 2. Art:

$$p_m^* = \frac{k_{Pmn} - k_{Pmm} + \alpha_{mn} \cdot k_{Rmn} - \alpha_{mm} \cdot k_{Rmm}}{k_{Rmm} \cdot (1 - \beta_{mm} - \alpha_{mm}) - k_{Rmn} \cdot (1 - \beta_{mn} - \alpha_{mn})} \quad \text{für} \quad \begin{matrix} k_0 = k_1 = k^* \\ p_m = p_m^* \end{matrix} \quad (17).$$

Diese Gleichung gilt wiederum nur für den Fall, dass ein Schnittpunkt zwischen den Kostengeraden  $k_0$  und  $k_1$  existiert.

## 1.5 Qualitätskostenmodell mit SPC

In den bisherigen Abschnitten wurden Modelle behandelt, die eine Entscheidung zwischen 0-Prüfung und Vollprüfung ermöglichen. Dazwischen siedelt sich die SPC an. Bei der SPC wird nur ein Teil des Loses Geprüft (die Stichprobe). Aus dem Ergebnis dieser Stichprobenprüfung wird dann auf die Gesamtqualität des Loses geschlossen. Dieser Schluss ist natürlich nicht 100%ig sicher, weswegen Methoden der Statistik bei der Gewinnung der Stichprobe anzuwenden sind. Bild 14 zeigt die Abstraktion eines Fertigungsprozesses mit anschließender Stichprobenprüfung.



**Bild 14:** Technologischer Prozess mit anschließender Stichprobenprüfung

Die Voraussetzungen für den Einsatz der SPC in der Fertigung sind kontrollierte und fähige Prozesse. Die Hauptaufgabe der SPC ist es (wie oben bereits angedeutet), aus der Beurteilung der Stichprobe auf die Grundgesamtheit (das Los) zu schließen. Das gesamte Los wird zurückgewiesen, wenn die Stichprobe den geforderten Qualitätsparametern nicht genügt. In diesem Fall folgt eine 100%-Prüfung des Loses. Diese Qualitätsparameter werden durch die Annahmezahl der Stichprobe repräsentiert. Die Annahmezahl  $Ac$  ist die Zahl der Baugruppen, die maximal in der geprüften Stichprobe defekt oder fehlerhaft sein dürfen. Wird diese Zahl überschritten, so folgt die 100%-Prüfung. Die Fehlersuche und -bewertung an den defekten Baugruppen gibt gleichzeitig die Basis für die Prozessregelung.

Für die Bestimmung der Kostenfunktionen bei Anwendung der SPC sind folgende Größen notwendig:

- $P_a$  - Annahmewahrscheinlichkeit der Stichprobe \*\*
- $N$  - Losgröße
- $n$  - Stichprobenumfang
- $\gamma$  - relativer Stichprobenumfang  $\gamma = \frac{n}{N}$
- $k_F$  - Fehlerfolgekosten pro Stück
- $k_P$  - Prüfkosten pro Stück
- $k_R$  - Rückweisekosten pro Stück
- $p$  - Fehlerquote
- $p_{Sa}$  - Fehlerquote in der angenommenen Stichprobe \*\*
- $\rho$  - Reduktionskoeffizient der Fehlerquote ( $\rho < 1$ )  $p_{Sa} = p \cdot \rho$  \*\*.

Dabei sind lediglich die mit \*\* gekennzeichneten Größen unbekannt. Alle anderen Größen wurden bereits im Grundmodell eingeführt.

Die Kostengleichungen für die Prüf- und Rückweisekosten einer angenommenen Stichprobe lauten nun wie folgt (Großbuchstaben kennzeichnen die Kosten für das ganze Los; Kleinbuchstaben kennzeichnen die Kosten pro Stück):

$$K_{PSa} = k_P \cdot N \cdot \gamma \mid \div N$$

$$\Rightarrow k_{PSa} = k_P \cdot \gamma \quad (18)$$

$$K_{RSa} = k_R \cdot N \cdot \gamma \cdot p \cdot \rho \mid \div N$$

$$\Rightarrow k_{RSa} = k_R \cdot \gamma \cdot p \cdot \rho \quad (19).$$

Die Fehlerfolgekosten lassen sich nach (20) errechnen:

$$K_{FSa} = k_F \cdot (N \cdot p - N \cdot p \cdot \rho \cdot \gamma) = k_F \cdot N \cdot p \cdot (1 - \rho \cdot \gamma) \mid \div N$$

$$\Rightarrow k_{FSa} = k_F \cdot p \cdot (1 - \rho \cdot \gamma) \quad (20).$$

mit:  $N \cdot p$  - Gesamtzahl der defekten Baugruppen im Los  
 $N \cdot p \cdot \rho \cdot \gamma$  - Zahl der reparierten Baugruppen in der Stichprobe.

Daraus ergeben sich die Gesamtkosten für eine angenommene Stichprobe zu:

$$K_{GesSa} = N \cdot P_a \cdot (k_P \cdot \gamma + k_R \cdot p \cdot \rho \cdot \gamma + k_F \cdot p \cdot (1 - \rho \cdot \gamma)) \mid \div N$$

$$\Rightarrow k_{GesSa} = P_a \cdot (k_P \cdot \gamma + k_R \cdot p \cdot \rho \cdot \gamma + k_F \cdot p \cdot (1 - \rho \cdot \gamma)) \quad (21).$$

Im Falle der Überschreitung der Annahmezahl  $A_c$  (und damit Ablehnung des Loses) findet eine 100%-Prüfung statt, deren Kosten sich wie folgt berechnen lassen:

$$K_{GesSna} = N \cdot (1 - P_a) \cdot (k_p + p \cdot k_R) \mid \div N$$

$$\Rightarrow \underline{k_{GesSna} = (1 - P_a) \cdot (k_p + p \cdot k_R)} \quad (22).$$

Aus den Kosten der angenommenen und der abgelehnten Stichprobe lässt sich nunmehr die Gesamtkostenfunktion bei Stichprobenprüfung herleiten:

$$\boxed{k_S = k_p + p \cdot k_R + P_a \cdot [p \cdot (k_F - k_R) \cdot (1 - \nu \cdot \rho) - k_p \cdot (1 - \nu)]} \quad (23).$$

Um die Kosten mit den gegebenen Gleichungen berechnen zu können, müssen die Größen  $P_a$  und  $\rho$  ermittelt werden. Dies geschieht über eine Stichprobe wie folgt:

### Aufgabe:

Eine Baugruppe mit 1000 Lötstellen ist zu untersuchen. Die Losgröße  $N=400$ . Es soll eine Stichprobennahme nach dem Lotpastendruck erfolgen und die Baugruppen werden mittels eines AOI geprüft. Ziel nach diesem Prozessschritt ist eine Ausbeute von  $y=99\%$  (Q99-Produktion;  $AQL=1$ ). Der genutzte Stichprobenplan basiert auf dem Computerprogramm „SPP“ (Autor Dr. Wohlrabe) mit einer Stichprobengröße von  $n=36$  und einer Annahmezahl  $A_c=1$  (berechnet mit der Hypergeometrischen Verteilung).

Mit diesen bekannten Werten ist es möglich die Annahmewahrscheinlichkeit  $P_a$  zu errechnen. Dazu wird ebenfalls die Hypergeometrische Verteilung genutzt. Wenn aber gilt  $N \geq 10 \cdot n$ , dann kann zur Vereinfachung der Berechnung die Binomialverteilung herangezogen werden:

$$p_k = \binom{n}{k} (1 - p)^{n-k} p^k.$$

Mit dieser Formel werden die Einzelwahrscheinlichkeiten des Auftretens von Fehlern in der Stichprobe des angenommenen Loses berechnet. Die Gesamtwahrscheinlichkeit der Annahme des Loses berechnet sich aus den Einzelwahrscheinlichkeiten wie folgt:

$$P_a = p_0 + p_1 + \dots + p_{A_c} = \sum_{k=0}^{A_c} p_k.$$

Werden nun die gegebenen Werte in diese Formeln eingesetzt, so erhält man als Annahmewahrscheinlichkeit des Loses folgenden Wert:

$$p_0 = (1 - p)^n = (1 - 0,01)^{36} = 0,696$$

$$p_1 = \frac{p_0 \cdot n \cdot p}{1 - p} = \frac{0,696 \cdot 36 \cdot 0,01}{0,99} = 0,253$$

$$P_a = p_0 + p_1 = \underline{\underline{0,949 = 94,9\%}}$$

Die einzige unbekannte Größe zur Berechnung der Kosten ist nunmehr der Reduktionskoeffizient der Fehlerquote  $\rho$ . Bekannt ist aber die durchschnittliche

Fehlerquote im Los mit  $p=1\%$  ( $\Rightarrow$  aus Q99-Produktion). Weiterhin ist die durchschnittliche Fehlerquote in der Stichprobe (bei Annahme des Loses) berechenbar:

$$p_{Sa} = \frac{1}{n} \cdot \frac{\sum_{k=0}^{Ac} k \cdot p_k}{\sum_{k=0}^{Ac} p_k} = \frac{1}{36} \cdot \frac{0,253}{0,949} = 0,0074 = 0,74\%$$

Damit ergibt sich der Reduktionskoeffizient  $\rho$  zu:

$$\rho = \frac{p_{Sa}}{p} = \frac{0,0074}{0,01} = 0,74.$$

Durch einsetzen der Kosten  $k_P$ ,  $k_R$  und  $k_F$  lassen sich die Gesamtkosten  $k_S$  mit Gleichung (23) und  $k_1$  (Kosten für 100%-Prüfung) berechnen und die Trennfehlerquote  $p^*_{SPC;100\%}$  kann ermittelt werden:

**Bekannte Werte:**

$$P_a = 0,949$$

$$N = 400; n = 36 \Rightarrow v = 0,09$$

$$p = 0,01$$

$$p_{Sa} = 0,0074$$

$$\rho = 0,0074$$

**Kosten (€):**

$$k_F = 13,00$$

$$k_P = 1,00$$

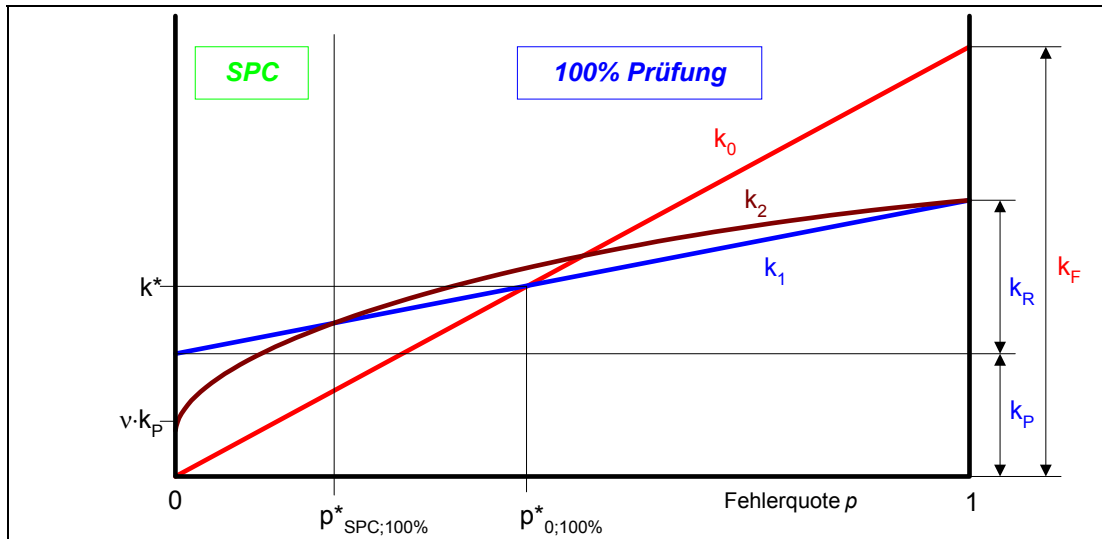
$$k_R = 3,00$$

$$\Rightarrow \begin{array}{ll} k_0 = 0,13 & (\text{siehe (1)}) \\ k_1 = 1,03 & (\text{siehe (2)}) \\ k_S = 0,26 & (\text{siehe (23)}). \end{array}$$

Die kostengünstigste Prüfstrategie ist in diesem Beispiel die 0%-Prüfung nach dem Lotpastendruck. Diese Aussage gilt aber nur, wenn die mittlere Fehlerquote dieses Prozesses tatsächlich 1% beträgt. Was ist aber, wenn die mittlere Fehlerquote schwankt (z.B. um 5%)? In diesem Falle ist es durchaus möglich, dass die Stichprobenprüfung die kostengünstigste Prüfstrategie darstellt. Ein Simulationsergebnis für das gerechnete Beispiel zeigt Bild 16.

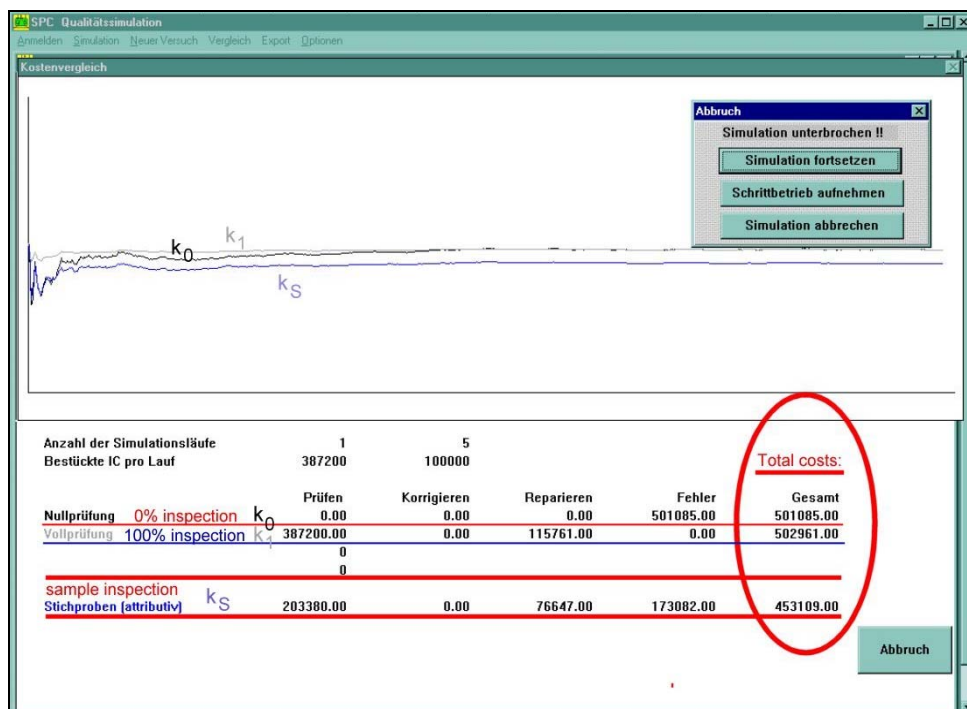
Bild 15 zeigt den qualitativen Verlauf der Kosten für 0-Prüfung ( $k_0$ ), 100%-Prüfung ( $k_1$ ) und Stichprobenprüfung ( $k_2$ ). Mit diesem Graph ist es möglich, die beste Prüfstrategie abzuleiten. Gleichzeitig wird ersichtlich, dass die Stichprobenprüfung (Kostenverlauf  $k_2$ ) nicht die kostengünstigste Lösung darstellt. Ihr Vorteil liegt darin, dass sie billiger ist als 100%-Prüfung und gleichzeitig Daten für die Prozessüberwachung liefert. Sie ermöglicht ein schnelles Erkennen von Prozessproblemen und ist auch bei neuen Produkten, von denen bisher keine oder wenige Qualitätsdaten vorliegen anwendbar. Kostengünstigste Lösung wird sie bei stark schwankenden Fehlerquoten. Das Grundmodell (Entscheidung zwischen 0- und 100%-Prüfung) funktioniert nur bei Vorliegen sicherer Qualitätsdaten zum betrachteten Produkt über einen längeren Zeitraum.





**Bild 15:** Kostenverläufe für 0-, 100%- und Stichprobenprüfung

Soll für vorgegebene Werte (z.B. entsprechend des berechneten Beispiels) die komplette Kostenkurve angegeben werden, so muss für jeden möglichen Wert der Fehlerquote  $p$  diese Berechnung (besonders auch der Annahmewahrscheinlichkeit  $P_a$ ) durchgeführt werden. Dies ist nur mit numerischen Verfahren möglich oder per Simulation.



**Bild 16:** Simulationsergebnis der Kosten des Beispiels